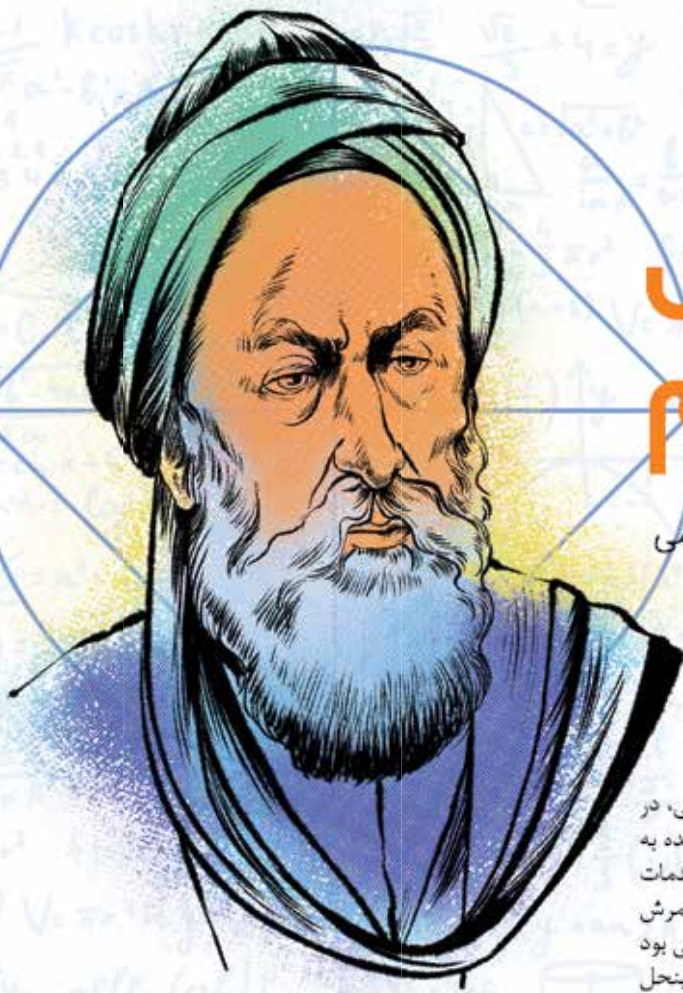


# ترسیمات منتظم بوزجانی

حسین کریمی



ابوالوفا محمد بوزجانی، ریاضی‌دان و منجم بزرگ ایرانی، در خرداد ماه سال ۳۱۹ در «بوزجان» (تربت جام امروزی) دیده به جهان گشود. وی تا سن ۲۰ سالگی نزد دایی و عمویش مقدمات ریاضیات را فرا گرفت. سپس به بغداد سفر کرد و تا آخر عمرش (سال ۳۷۷ شمسی) در آنجا زندگی کرد. وی اولین کسی بود که مطالعات دقیقی درباره کره ماه انجام داد. وی مسائل لاینحل هندسه کلاسیک را حل کرد و به تحقیقاتی در اصول ترسیمات هندسی دست زد که تا امروز از این حیث شهرت جهانی دارد. در این نوشته از روش‌های ابوالوفا بوزجانی در رسم چند ضلعی‌های منتظم استفاده خواهیم کرد.

بنابراین، تمام شکل‌ها (چندضلعی‌ها) در یک دایره محاط نیستند.  
 ۲. یک چندضلعی را منتظم گوییم، هرگاه دو شرط زیر را توأماً داشته باشد.

الف) تمام ضلع‌ها هم‌اندازه باشند.

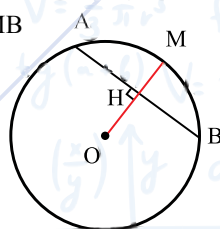
ب) تمام زاویه‌ها هم‌اندازه باشند.

لوزی چهار ضلع هم‌اندازه، اما زاویه‌های غیریکسان دارد و مستطیل چهار زاویه هم‌اندازه، اما ضلع‌های غیریکسان دارد. از این رو، لوزی و مستطیل چهارضلعی منتظم نیستند. مربع، چهارضلعی منتظم و مثلث متساوی‌الاضلاع، سه‌ضلعی منتظم نام دارند.

نکته: تمام چندضلعی‌های منتظم، محاطی هستند.

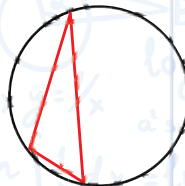
۳. هرگاه از مرکز دایره به وتر عمودی رسم کنیم، آن عمود، هم وتر و هم کمان را نصف می‌کند. (شکل ۴)

$$OH \perp AB \rightarrow AH = HB \text{ و } \widehat{AM} = \widehat{MB}$$

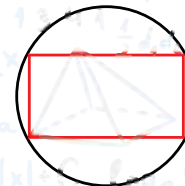


شکل ۴

سه تعریف زیر را در نظر می‌گیریم:  
 ۱. یک چند ضلعی را محاطی گوییم، هرگاه تمام رأس‌های آن بتوانند روی یک دایره قرار بگیرند که در این صورت آن دایره را دایره محیطی می‌نامند.  
 برای مثال، برای هر نوع مثلث (شکل ۱) و یا مستطیل (شکل ۲) دلخواه می‌توان دایره‌ای رسم کرد که شامل تمام رأس‌های آن شکل باشد.

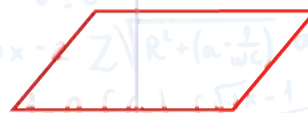


شکل ۱



شکل ۲

و از طرف دیگر، هرگز نمی‌توانیم برای یک متوازی‌الاضلاع (فاقد زاویه قائمه) دایره‌ای محیط بر آن پیدا کنیم (شکل ۳).



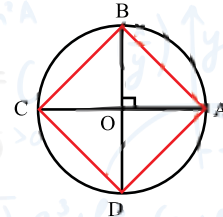
شکل ۳

در این نوشته می‌خواهیم به کمک دایره محیطی و بدون استفاده از نقاله، با طرز رسم چندین  $n$  ضلعی منتظم آشنا شویم که البته در قسمتی از رسم‌ها، از بیان دلایل و اثبات‌های دقیق ریاضی طرف‌نظر خواهیم کرد.

نذکر: امکان رسم تمام چندضلعی‌های منتظم (به‌صورت کاملاً دقیق) به کمک فقط پرگار و خط‌کش وجود ندارد.

### ۱ رسم چهارضلعی منتظم (مربع)

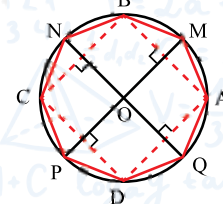
در شکل ۵، قطرهای عمود برهم AC و BD را رسم می‌کنیم. چهارضلعی ABCD همان مربع مورد نظر است.



شکل ۵

### ۲ رسم هشتضلعی منتظم

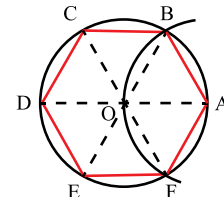
در شکل ۵، از مرکز دایره عمودهایی بر اضلاع AB، BC، CD و DA رسم می‌کنیم تا به ترتیب کمان‌ها را در نقاط P، N، M و Q قطع کنند (شکل ۶). هشتضلعی AMBNCPDQ مورد نظر است.



شکل ۶

### ۳ رسم ششضلعی منتظم

دایره‌ای به مرکز O و به شعاع R رسم می‌کنیم. (شکل ۷) سپس دایره‌ای به همان شعاع و به مرکز A روی دایره رسم می‌کنیم تا دایره قبلی را در B و F قطع کند. امتداد AO، FO و BO به ترتیب دایره را در نقطه‌های C، D و E قطع می‌کند. ششضلعی منتظم مورد نظر است.

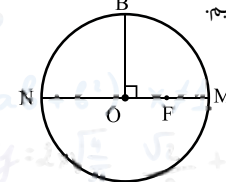


شکل ۷

**تمرین:** به کمک ششضلعی منتظم، روش رسم مثلث متساوی‌الاضلاع (سهضلعی منتظم) و دوازدهضلعی منتظم را توضیح دهید.

### ۴ رسم پنجضلعی منتظم

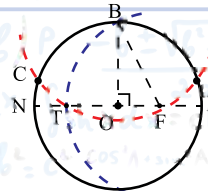
دایره‌ای به مرکز O و به قطر MN رسم می‌کنیم (شکل ۸). از O عمودی بر MN خارج می‌کنیم تا دایره را در B قطع کند و وسط OM را F می‌نامیم.



شکل ۸

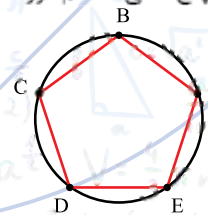
دایره‌ای به مرکز F و به شعاع FB رسم می‌کنیم تا قطر MN را در

T قطع کند. (شکل ۹) اکنون دهانه پُرگار را به اندازه BT باز می‌کنیم و دایره‌ای به مرکز B و به شعاع BT رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌های A و C قطع کند.



شکل ۹

دو کمان به مرکزهای A و C و به همان شعاع (BT) رسم می‌کنیم تا به ترتیب دایره را در نقطه‌های E و D قطع کند (شکل ۱۰). همان پنجضلعی منتظم مورد نظر است.

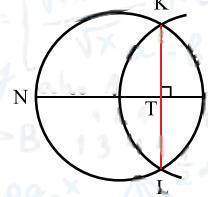


شکل ۱۰

### ۵ رسم هفتضلعی منتظم

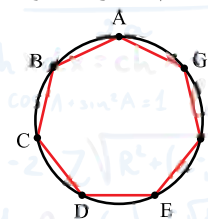
رسم هفتضلعی منتظم یکی از چهار مسئله مشهور دنیای قدیم است و ثابت می‌شود که برای رسم دقیق آن به ابزارهایی علاوه بر پرگار و خطکش نیاز داریم. در اینجا روشی را مطرح می‌کنیم که با تقریب خوبی (و نه به تحقیق) می‌توان هفتضلعی منتظم را رسم کرد.

ابتدا قطر MN رسم می‌کنیم (شکل ۱۱). سپس دایره‌ای به مرکز M و به همان شعاع رسم می‌کنیم تا دایره اولیه را در نقطه‌های K و L قطع کند. نقطه تلاقی KL با قطر MN را T می‌نامیم.



شکل ۱۱

دهانه پُرگار را به اندازه LT باز می‌کنیم. کمانی به آن شعاع و به مرکز نقطه دلخواه A از دایره رسم می‌کنیم تا دایره را در نقطه‌های B و G قطع کند (شکل ۱۲). قوس AB یا AG با تقریب خوبی برابر با یک هفتم دایره است. با تکرار همین عمل ABCDEFG یک هفتضلعی منتظم (با تقریب) خواهد بود.



شکل ۱۲

تذکر: در شماره بعد در مورد ساخت همین چندضلعی‌ها به کمک «گره زدن کاغذ»، صحبت خواهیم کرد.